ОСНОВЫ ТЕОРИИ ТЕПЛООБМЕНА

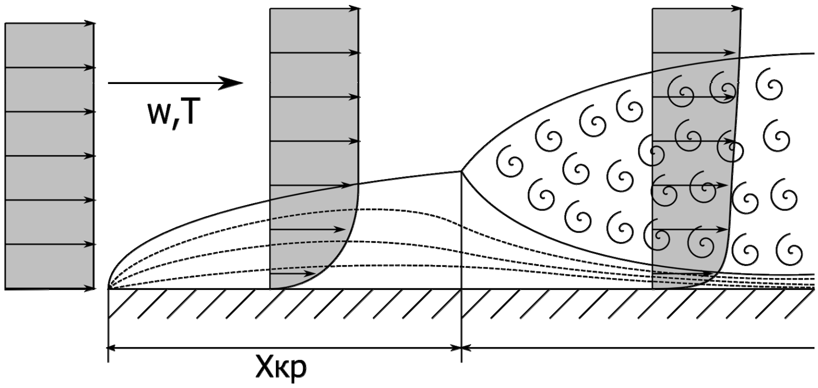
Лекция №5

План лекции:
1. Общие понятия теории конвективного теплообмена
2. Теплоотдача при свободном движении жидкости в большом объёме
3. Теплоотдача при свободном движении жидкости в ограниченном пространстве
4. Теплоотдача при вынужденном движении теплоносителя вдоль плоской пластины
5. Теплоотдача при вынужденном движении теплоносителя в трубах и каналах

1. ОБЩИЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА

На предыдущей лекции мы получили дифференциальное уравнение теплообмена, учитывающее перенос тепла за счёт теплопроводности и конвекции. Однако рассмотрели только задачи о теплопроводности. Для определения конвективной составляющей теплообмена нам пришлось ввести **коэффициент теплоотдачи.**

Вспомним, что конвективный перенос теплоты связан с макроскопическим движением жидкой или газообразной среды. Рассмотрим простейший случай движения газа (жидкости) вдоль плоской пластины.



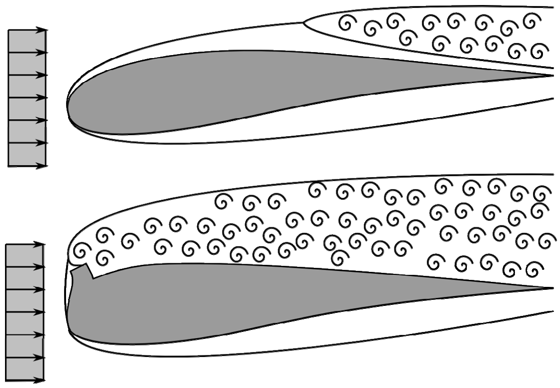
Предположим, что пластина неподвижна и на неё набегает поток газа с постоянной скоростью и температурой. Силы вязкости тормозят поток газа вблизи твёрдой поверхности. На самой же поверхности скорость потока равна нулю. Говорят газ "прилипает" к поверхности. Область, в которой скорость изменяется от нуля до скорости внешнего течения, называется **пограничным слоем**.

На начальном участке поверхности, как правило, образуется **ламинарный пограничный слой**, толщина которого увеличивается. По мере удаления от входной кромки увеличение толщины ламинарного слоя приводит к уменьшению его устойчивости, и происходит переход в **турбулентный режим течения**. Переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный сопровождается увеличением интенсивности теплоотдачи.

Как мы знаем, движение теплоносителя вдоль стенки может быть **вынужденным или свободным**. При вынужденном движении скорость потока во много раз больше. Поэтому при вынужденном движении теплоотдача протекает значительно более интенсивно, чем при свободном.

Интенсивность теплоотдачи зависит также от физических свойств теплоносителя. Например, увеличение теплоёмкости газа приводит к увеличению его внутренней энергии или энтальпии. Это означает, что тот же объём (масса) газа может перенести больше энергии.

Важную роль играет форма обтекаемой поверхности.



При внешнем обтекании форма тела в значительной мере определяет условия формирования пограничного слоя. Хорошообтекаемые тела имеют значительную поверхность, покрытую ламинарным пограничным слоем, и, следовательно, неблагоприятные условия для теплообмена.

Формально можно записать:

$$\alpha = f\left(w, \lambda, \mu, \rho, T, L, \text{форма...}\right). \tag{1}$$

Из определения коэффициента теплоотдачи следует, что:

$$\alpha = \frac{q_{ст}}{T_ж - T_{ст}}. \tag{2}$$

Используя закон Фурье для плоского случая с координатой y, направленной по нормали к поверхности, уравнение (2) можно привести к виду:

$$\alpha = \frac{-\left(\lambda_ж \dfrac{\partial T}{\partial y}\right)_{ст}}{T_ж - T_{ст}}. \tag{3}$$

Другими словами, **для определения коэффициента теплоотдачи при заданной температуре жидкости и температуре обтекаемой поверхности необходимо определить градиент температуры на стенке.**

Градиент температуры можно определить из решения уравнения энергии, которое в свою очередь зависит от распределения скорости потока в рассматриваемой области течения. В общем виде решение задачи конвективного теплообмена для течения вдоль плоскости сводится к решению следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\boxed{\begin{cases} \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial \rho}{\partial \tau} + \dfrac{\partial w_x}{\partial x} + \dfrac{\partial w_y}{\partial y} = 0 \\ \dfrac{\partial w_x}{\partial \tau} + w_x \dfrac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \dfrac{\partial w_x}{\partial y} = \dfrac{\mu}{\rho}\left(\dfrac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 w_x}{\partial y^2}\right) - \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial x} + g_x \\ \dfrac{\partial w_y}{\partial \tau} + w_x \dfrac{\partial w_y}{\partial x} + w_y \dfrac{\partial w_y}{\partial y} = \dfrac{\mu}{\rho}\left(\dfrac{\partial^2 w_y}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 w_y}{\partial y^2}\right) - \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial y} + g_y \\ \dfrac{\partial T}{\partial \tau} + w_x \dfrac{\partial T}{\partial x} + w_y \dfrac{\partial T}{\partial y} = \dfrac{\lambda}{\rho c_p}\left(\dfrac{\partial T^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial T^2}{\partial y^2}\right) \\ p = \rho R T \end{cases}} \tag{4}$$

Система уравнений (4) в общем виде не поддаётся аналитическому решению.

Разработанные на сегодняшний день численные методы решения с появлением современных компьютеров и суперкомпьютеров дают возможность анализировать достаточно сложные задачи теплообмена, как при ламинарном, так и при турбулентном режиме течения.

До появления современных компьютеров основным методом исследования конвективного теплообмена был натурный эксперимент. Однако следует понимать, что определённые в эксперименте коэффициенты теплоотдачи, строго говоря, справедливы только для конкретной конфигурации экспериментальной установки и конкретных параметров течения. Чтобы перенести эти данные на другие конфигурации или другие параметры течения, **необходимо знать правила перевода**. Эти правила устанавливает **теория подобия**.

Теория подобия – это учение о подобных явлениях. В приложении к физическим явлениям теория подобия применяется по двум направлениям: как средство обобщения результатов физического и математического эксперимента и как теоретическая основа для моделирования технических устройств.

Рассмотрим основные методы теории на примере дифференциального уравнения теплоотдачи:

$$\alpha = \frac{-\left(\lambda_{ж}\dfrac{\partial T}{\partial y}\right)_{ст}}{T_{ж} - T_{ст}}. \qquad (5)$$

Запишем это выражение в общем виде для двух разных случаев:

$$\alpha' = \frac{-\left(\lambda'\dfrac{\partial T'}{\partial y'}\right)_{y'=0}}{T'_{ж} - T'_{ст}}; \quad \alpha'' = \frac{-\left(\lambda''\dfrac{\partial T''}{\partial y''}\right)_{y''=0}}{T''_{ж} - T''_{ст}}. \qquad (6)$$

Введём **константы подобия** в виде:

$$C_{\alpha} = \frac{\alpha''}{\alpha'}; \quad C_{\lambda} = \frac{\lambda''}{\lambda'}; \quad C_{T} = \frac{T''}{T'}; \quad C_{y} = \frac{L''}{L'} - \text{отношение характерных размеров;}$$
$$\alpha'' = C_{\alpha}\alpha'; \quad \lambda'' = C_{\lambda}\lambda'; \quad T'' = C_{T}T'; \quad y'' = C_{y}y'. \qquad (7)$$

Подставив уравнения (7), во второе соотношение (6) получим:

$$C_{\alpha}\alpha' = \frac{-\left(C_{\lambda}\lambda'\dfrac{\partial C_{T}T'}{\partial C_{y}y'}\right)_{C_{y}y'=0}}{C_{T}T'_{ж} - C_{T}T'_{ст}} \Rightarrow \alpha' = \frac{C_{\lambda}}{C_{\alpha}C_{y}}\,\frac{-\left(\lambda'\dfrac{\partial T'}{\partial y'}\right)_{y'=0}}{T'_{ж} - T'_{ст}}. \qquad (8)$$

Как видно уравнения (6), относящиеся изначально к разным процессам, тождественно равны при условии, что комплекс констант подобия:

$$\frac{C_{\lambda}}{C_{\alpha}C_{y}} = 1. \qquad (9)$$

Воспользовавшись соотношениями (7), комплекс (9) можно привести к виду:

$$\frac{\alpha' L'}{\lambda'} = \frac{\alpha'' L''}{\lambda''}, \qquad (10)$$

т.е. теплоотдача в двух различных, но подобных системах будет протекать одинаково, если в этих системах одинаковы значения комплекса:

$$\boxed{Nu = \frac{\alpha L}{\lambda} = idem} \tag{11}$$

Такие комплексы называются **числами подобия**, и приведённое соотношение носит название числа Нуссельта (**Числа подобия принято называть именами крупных учёных внесших вклад в развитие соответствующего направления науки**).

Таким образом, для характеристики подобия явлений можно использовать **константы подобия** и **числа подобия**.

Константы подобия сохраняют числовое значение только для двух подобных явлений, но они остаются одинаковыми для всех соответствующих точек рассматриваемых систем. Поэтому константами подобия удобно пользоваться при моделировании технических устройств, когда необходимо получить подобие только между двумя явлениями.

Числа подобия сохраняют свое значение в соответствующих точках всех подобных между собой систем, сколько бы их ни было, но в различных точках одной и той же системы числа имеют разные значения. Числами подобия удобно пользоваться при обработке опытных данных или результатов численного моделирования, когда на основании изучения единичных явлений необходимо получить обобщенную зависимость, пригодную для всех подобных между собой явлений.

Формулы связи между числами подобия называются **уравнениями подобия**.

На практике инженеру необходимо знать уравнения подобия для конкретных условий проектируемого оборудования и уметь их применять. Поскольку уравнения подобия включают в себя числа подобия, характеризующие тот или иной процесс, рассмотрим их более подробно.

Анализ системы уравнений (4) методами теории подобия позволяет получить следующие числа подобия:

$$\boxed{Ho = \frac{w_0 \tau_0}{L}} - \text{число гомохронности}. \tag{12}$$

Число гомохронности характеризует нестационарность процесса движения и его используют при изучении теплообмена в нестационарных (например, пульсирующих) потоках. w_0 – характерная скорость потока (например, максимальная скорость пульсации), τ_0 – характерное время процесса (например, период пульсации), L – характерный размер обтекаемого тела (например, длина пластины).

$$\boxed{Re = \frac{\rho_0 w_0 L}{\mu_0}} - \text{число Рейнольдса}. \tag{13}$$

Число Рейнольдса отражает интенсивность вынужденного движения газа или жидкости. ρ_0, μ_0 – плотность и динамическая вязкость среды при характерной температуре потока.

$$\boxed{Eu = \frac{p_0}{\rho_0 w_0^2}} - \text{число Эйлера}. \tag{14}$$

Число Эйлера определяет подобие полей давления.

$$\boxed{Gr = \frac{\rho_0^2 g L^3 \beta \Delta T}{\mu_0^2}} - \text{число Грасгофа}, \tag{15}$$

$\beta = (\rho_0 - \rho) / (\rho(T_0 - T))$ – коэффициент объёмного расширения газа, g – ускорение свободного падения.

Число Грасгофа определяет интенсивность свободноконвективного движения.

$$\boxed{Pe = \frac{w_0 L \rho_0 c_{p0}}{\lambda_0} = Re\,Pr} - \text{число Пекле}. \tag{16}$$

Число Пекле отражает интенсивность конвективного переноса тепла по сравнению с переносом тепла теплопроводностью. **Число Прандтля** отражает влияние свойств газа или жидкости на теплообмен.

По аналогии с числом Нуссельта для оценки затрат на прокачку теплоносителя или затрат мощности на движение в жидкой (газообразной) среде существует безразмерный комплекс:

$$\boxed{\frac{c_f}{2} = \frac{\tau_{ст}}{\rho_0 w_0^2}} \tag{17}$$

Коэффициент трения отражает действие вязких сил при заданном динамическом напоре газового потока. $\tau_{ст}$ – напряжение трения на поверхности твёрдой стенки.

В общем виде законы подобия процессов конвективного теплообмена можно записать следующим образом:

$$\frac{c_f}{2} = f(Ho, Re, Gr) \quad \text{и} \quad Nu = f(Ho, Re, Gr, Pr). \tag{18}$$

В стационарных условиях можно пренебречь зависимостью от числа Ho. В задачах с определяющим действием вынужденной конвекции можно пренебречь зависимостью от числа Gr, в задачах свободной конвекции, напротив, зависимостью от числа Re.

Для удобства обработки опытных данных уравнения подобия принято представлять в виде степенной функции:

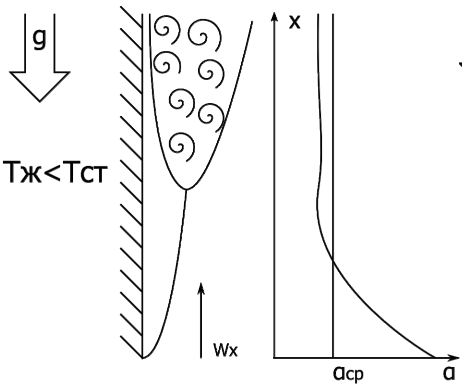
$$\frac{c_f}{2} = c\,Re^k\,Gr^m \quad \text{и} \quad Nu = c\,Re^k\,Gr^m\,Pr^n, \tag{19}$$

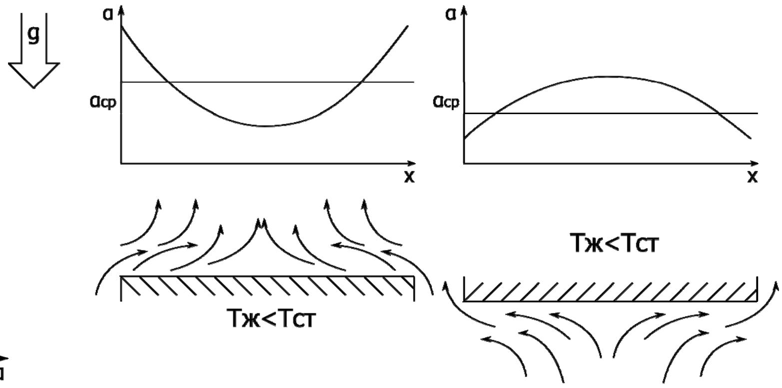
где: c, k, m, n – опытные коэффициенты.

2. ТЕПЛООТДАЧА ПРИ СВОБОДНОМ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ В БОЛЬШОМ ОБЪЁМЕ

В гравитационном поле массовых сил свободное движение возникает в результате различной плотности холодных и горячих объемов теплоносителя.

Характер движения теплоносителя около стенки зависит от формы поверхности, ее положения в пространстве и направления теплового потока. На рисунке показана картина движения теплоносителя около нагретой вертикальной стенки.





Движение теплоносителя вдоль нагретой вертикальной стенки в нижней части имеет ламинарный характер, выше - переходный, а затем - турбулентный. На участке ламинарного движения коэффициент теплоотдачи уменьшается в соответствии с увеличением толщины ламинарного слоя теплоносителя. В зоне турбулентного движения коэффициент теплоотдачи имеет практически одинаковое значение для всей поверхности.

Характер движения теплоносителя около плоских горизонтальных поверхностей зависит от их расположения и направления теплового потока.

При движении горячего потока к холодной поверхности сверху и при движении холодного потока к горячей поверхности снизу **поверхность стесняет движение теплоносителя**, и потому теплообмен протекает менее интенсивно, чем в случаях не стеснённого движения.

Анализ многочисленных экспериментальных исследований теплоотдачи при свободном движении теплоносителя в неограниченном пространстве показал, что для средних коэффициентов теплоотдачи можно записать уравнение подобия, которое справедливо для различных форм поверхности теплообмена:

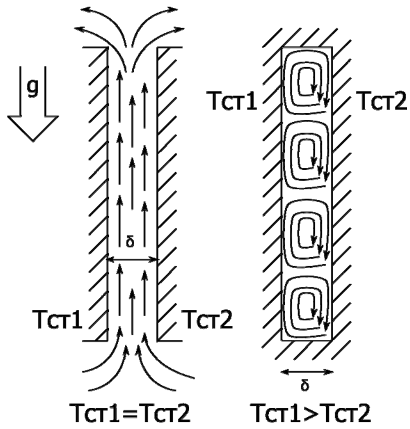
$$\boxed{\mathrm{Nu}_{\text{ср}} = \frac{\alpha_{\text{ср}} X}{\lambda_{\text{ж}}} = c\left(\mathrm{Gr}\,\mathrm{Pr}\right)^{n}} \tag{20}$$

Значения величин c и n в этом уравнении зависят от произведения чисел $\mathrm{Gr}\,\mathrm{Pr} = \mathrm{Ra}$ – это произведение часто называют **числом Релея**:

$\mathrm{Gr}\,\mathrm{Pr}$	c	n
$10^{-3}...5\cdot10^{2}$	$1{,}18$	$\frac{1}{8}$
$5\cdot10^{2}...2\cdot10^{7}$	$0{,}54$	$\frac{1}{4}$
$2\cdot10^{7}...10^{13}$	$0{,}135$	$\frac{1}{3}$

За определяющую температуру здесь принята **средняя температура пристенного слоя жидкости**. Определяющий размер зависит от формы и расположения поверхности теплообмена: для труб и шаров за определяющий размер X следует принимать их **диаметр**, для вертикальных поверхностей – их **высоту**, для горизонтальных плоских поверхностей – **наименьший горизонтальный размер**.

3. ТЕПЛООТДАЧА ПРИ СВОБОДНОМ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ В ОГРАНИЧЕННОМ ПРОСТРАНСТВЕ



Характер свободного движения теплоносителя в ограниченном пространстве зависит от формы и взаимного расположения поверхностей, образующих прослойку, а также от расстояния между ними.

На рисунке рассмотрены два случая теплоотдачи при свободном движении теплоносителя в ограниченном пространстве: теплоотдача в открытом зазоре при одинаковой температуре стенок, образующих зазор, и теплоотдача в замкнутой прослойке.

При теплоотдаче в замкнутом пространстве перенос теплоты осуществляется одним и тем же теплоносителем, который циркулирует между горячей и холодной стенками, образуя замкнутые контуры. В этом случае трудно отделить теплоотдачу около охлаждаемой и нагреваемой поверхностей. Поэтому процесс теплообмена в замкнутой прослойке оценивают в целом, определяя плотность теплового потока формулой теплопроводности:

$$q = \frac{\lambda_{экв}}{\delta}\left(T_{ст1} - T_{ст2}\right), \tag{21}$$

где: $\lambda_{экв}$ – эквивалентный коэффициент теплопроводности, δ – толщина прослойки.

$$\lambda_{экв} = \varepsilon_К \lambda = c\left(Gr\,Pr\right)^n \lambda . \tag{22}$$

Значения величин c и n в этом уравнении также зависят от произведения чисел $Gr \cdot Pr$:

Gr Pr	c	n
$10^3...10^6$	0,105	0,3
$10^6...10^{10}$	0,4	0,2
$<10^3$	1	0

При $Gr\,Pr < 10^3$ конвекция отсутствует, и теплота передаётся только теплопроводностью.

В уравнении (22) за определяющую выбрана средняя температура теплоносителя, равная полусумме температур стенок, а за определяющий размер – толщина прослойки δ.

Опытное изучение теплоотдачи в открытом зазоре при свободном движении воздуха между вертикальными стенками, имеющими одинаковую температуру, показало, что существует критическая величина зазора, при которой теплообмен достигает наибольшей интенсивности. При теплоотдаче в воздухе **критическая величина зазора** определяется из равенства:

$$Gr_{max}\frac{\delta}{2h}=20\,, \tag{23}$$

где: δ – расстояние между стенками, h – высота стенки.

При подсчете числа Gr_{max} за определяющий размер принята половина расстояния между стенками $\delta/2$.

При расстояниях между вертикальными стенками близких к критическим:

$$10<Gr\frac{\delta}{2h}<100\,, \tag{24}$$

опытные данные по теплоотдаче удовлетворительно описываются уравнением:

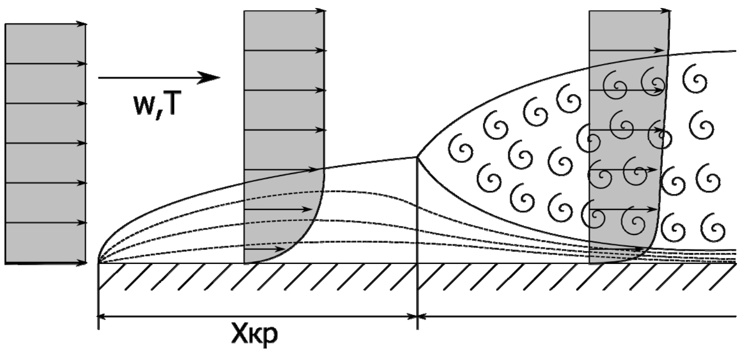
$$Nu=0{,}65\left(Gr\,Pr\frac{\delta}{2h}\right)^{0{,}25}. \tag{25}$$

4. ТЕПЛООТДАЧА ПРИ ВЫНУЖДЕННОМ ДВИЖЕНИИ ТЕПЛОНОСИТЕЛЯ ВДОЛЬ ПЛОСКОЙ ПЛАСТИНЫ

Как мы уже отмечали, при обтекании газом на начальном участке поверхности образуется **ламинарный пограничный слой**, толщина которого увеличивается. По мере удаления от входной кромки увеличение толщины ламинарного слоя приводит к уменьшению его устойчивости, и происходит переход в **турбулентный режим течения**.

Переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный происходит при **критическом значении числа Рейнольдса**. Опыт и теоретическое исследование показывают, что для плоской пластины:

$$Re_{кр}=\frac{\rho_0 w_{x0}x_{кр}}{\mu_0}\approx 2...5\cdot 10^5 \tag{26}$$



Используя понятие пограничного слоя и полагая, что его толщина много меньше характерного размера тела, исходную систему уравнений (4) удаётся существенно упростить. Решение упрощённой системы уравнений можно получить простыми численными методами или разложением искомых функций в ряды.

Так **Базиусом** в 1921 году было получено, что коэффициент трения на плоской твёрдой поверхности при **ламинарном режиме течения теплоносителя** без градиента давления определяется соотношением:

$$\boxed{\frac{c_f}{2}=\frac{0{,}332}{\sqrt{Re_x}}} \tag{27}$$

При этом экспериментально и теоретически установлено, что **локальное число Нуссельта** равно:

$$\boxed{Nu = 0,332\,Re_x^{0,5}\,Pr^{1/3}} \tag{28}$$

Средний коэффициент теплоотдачи для пластины длиной L получается следующим образом:

$$\boxed{\bar{\alpha} = \frac{1}{L}\int_0^L \alpha dx = 0,664\,Pr^{1/3}\,Re_L^{0,5}\,\frac{\lambda}{L}} \tag{29}$$

Турбулизация пограничного слоя приводит к перераспределению скорости потока по толщине пограничного слоя. При этом профиль скорости становится более заполненным, а градиенты скорости вблизи твёрдой поверхности увеличиваются.

Для коэффициента трения на плоской непроницаемой пластине, обтекаемой безградиентным **турбулентным потоком газа** или жидкости, можно записать:

$$\boxed{\frac{c_f}{2} = 0,0288 \cdot Re_x^{-0,2}} \tag{30}$$

для **локального числа Нуссельта**:

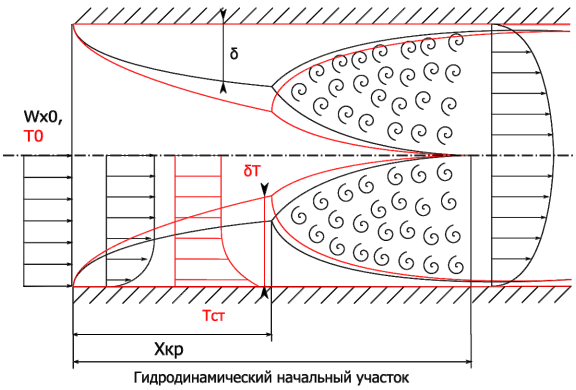
$$\boxed{Nu = 0,0288\,Re_x^{0,8}\,Pr^{0,4}} \tag{31}$$

Средний коэффициент теплоотдачи равен:

$$\boxed{\bar{\alpha} = 0,037\,Re_L^{0,8}\,Pr^{0,4}\,\frac{\lambda}{L}} \tag{32}$$

5. ТЕПЛООТДАЧА ПРИ ВЫНУЖДЕННОМ ДВИЖЕНИИ ТЕПЛОНОСИТЕЛЯ В ТРУБАХ И КАНАЛАХ

На поверхности трубы, через которую течет жидкость, образуется динамический пограничный слой, который может иметь ламинарный или турбулентный характер.



На некотором расстоянии от входа пограничные слои смыкаются, и после этого в поперечном сечении устанавливается стабильное распределение скоростей, **которое при ламинарном режиме имеет параболический характер**, а **при турбулентном – степенной** (с показателем степени, зависящем от числа Re).

Расстояние от входа в трубу (канал) до сечения, в котором динамические пограничные слои смыкаются, называется **гидродинамическим начальным участком** или участком гидродинамической стабилизации.

Аналогично развивается и тепловой пограничный слой. Участок от начала трубы до смыкания тепловых пограничных слоев называется **тепловым начальным участком**.

Для турбулентного течения длина теплового начального участка, на котором изменяется местный коэффициент теплоотдачи, составляет $10d...15d$, средний коэффициент теплоотдачи изменяется на длине $50d$.

Режим течения жидкости в трубе зависит от значения числа Рейнольдса:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho \overline{w}_x d}{\mu},$$

где: $\overline{w}_x$ – средняя по сечению трубы скорость жидкости; d –диаметр трубы.

Среднюю по сечению трубы скорость жидкости можно выразить через известный массовый расход теплоносителя:

$$\overline{w} = \frac{G}{\rho S} = \frac{4G}{\rho \pi d^2}. \qquad (33)$$

При $\mathrm{Re} < 2 \cdot 10^3$ наблюдается **ламинарное течение** жидкости.

При $\mathrm{Re} > 10^4$ поток становится **турбулентным**, но в начале трубы по-прежнему **сохраняется участок с ламинарным пограничным слоем**.

При $\mathrm{Re} > 5 \cdot 10^4$ **турбулентный** пограничный слой начинает формироваться практически от начала трубы.

При $2 \cdot 10^3 < \mathrm{Re} < 10^4$ наблюдается **переходный режим течения и теплообмена**.

При **развитом ламинарном режиме течения** теплоносителя в гладкой круглой трубе можно получить точное решение системы уравнений (4).

Коэффициент сопротивления, характеризующий потери давления потока вдоль трубы, можно рассчитать следующим образом:

$$\boxed{\xi = \left(-\frac{dP}{dx}\right)\frac{2}{\rho \overline{w_x}^2} d = \frac{64}{\mathrm{Re}}} \qquad (34)$$

Число Нуссельта при постоянном значении теплового потока через стенку трубы равно:

$$\boxed{\mathrm{Nu} = \frac{\alpha d}{\lambda} = 4,36} \qquad (35)$$

При постоянной температуре стенки $T_{\text{ст}} = \mathrm{const}$:

$$\boxed{\mathrm{Nu} = 3,66} \qquad (36)$$

Опытные данные по средним коэффициентам теплоотдачи **в трубах и каналах при турбулентном режиме** течения теплоносителя $\mathrm{Re} > 10^4$ хорошо описываются **формулой Михеева**:

$$\boxed{\overline{\mathrm{Nu}} = \frac{\overline{\alpha} d}{\lambda_0} = 0,021 \mathrm{Re}^{0,8} \mathrm{Pr}_0^{0,43} \left(\frac{\mathrm{Pr}_0}{\mathrm{Pr}_{\text{ст}}}\right)^{0,25}}, \qquad (37)$$

где: $\mathrm{Re} = \frac{4G}{\pi d \mu_0} = 10^4...5 \cdot 10^6$ и $\mathrm{Pr}_0 = \frac{\mu_0 c_{p0}}{\lambda_0} = 0,6...2500$. Все свойства жидкости с индексом 0 рассчитываются **по определяющей температуре среды,** равной средней по сечению трубы температуре жидкости.